

POUŽITÍ METODY PERT PŘI ŘÍZENÍ PROJEKTŮ

A USAGE OF PERT METHOD IN PROJECT MANAGEMENT

Vladislav Grycz¹

Abstract

PERT Method and Graph theory are methods that could be well used in project management. Each project is defined as a set of simple tasks that attach to each other. Appropriate financial and time requirements are assigned to each task. Then the stochastic theory can be used to estimate risks that the project won't be finished in time or that the project's budget will be exceeded.

Key words

Řízení projektů – Project Management, teorie grafů – Graph Theory, PERT - PERT

1 ÚVOD

Řízení projektů se poslední dobou často stává rozhodující součástí řízení firem. Čím dále větší část firemních aktivit se provádí formou projektů. Organizace používají projekty k dosažení takových cílů, jakými jsou například instalace nového zařízení, reorganizace prostor a vybavení, dodávka stavby pro jinou organizaci či úspěšné dokončení jiných časově omezených činností[1].

Řízení projektu se skládá z několika základních manažerských činností:

- definice projektových cílů,
- plánování,
- vedení lidských zdrojů – cílem je zajistit včasné a efektivní provedení naplánovaných činností,
- monitorování – sledování aktuálního stavu projektu a odhalení odchylek od aktuálního stavu (při odhalení odchylek je třeba aktualizovat plán, případně změnit styl vedení),
- ukončení projektu – ověření, že zadání projektu bylo splněno; předání výsledků projektu (například předání stavby a dokumentace).

Plánování projektu se skládá ze specifikace kvality provedení, časového plánu a rozpočtu (vyjádřeného v penězích či pracovních dnech). Tyto tři dimenze však obvykle stojí proti sobě. Termíny projektu lze zkrátit, ale jen pokud vyšší rozpočet umožní využít efektivnější zdroje. Kvalitnějšího provedení lze dosáhnout jen za cenu zpoždění projektu či navýšení rozpočtu. Proto je třeba provést plánování pro všechny tři dimenze.

¹ Mgr. Vladislav Grycz, VUT, Fakulta stavební, Brno, 2. ročník doktorského studia, e-mail: vladislav@gry.cz

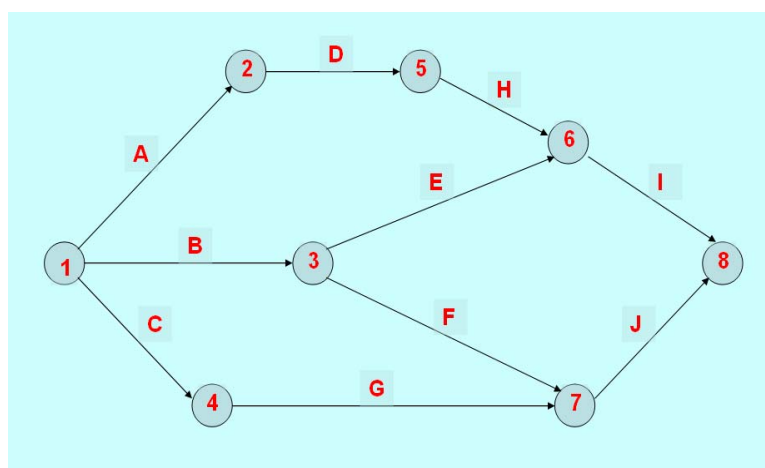
Každý projekt je třeba nejprve rozdělit do pracovních balíků, úkolů nebo činností. Je třeba zajistit, aby všechny požadované činnosti byly logicky identifikovány a propojeny [1]. Výsledkem je hierarchická struktura činností (HSC). Každé z činností HSC je třeba přiřadit množství nákladů a času souvisejícího s jejím provedením.

Vytvořený plán projektu lze analyzovat pomocí „teorie grafů“ a metody „PERT“, které mohou pomoci odpovědět na takové otázky, jako například s jakou pravděpodobností lze projekt dokončit ve stanoveném termínu či s jakou pravděpodobností nebude překročen rozpočet projektu.

2 TEORIE GRAFŮ V PM

Jak již bylo uvedeno v úvodu, každý projekt je třeba nejprve rozdělit na jednotlivé činnosti, které na sebe jednotlivě navazují a které mají určitý nárok na čas a prostředky.

Obr. 1) Hranově orientovaný síťový graf



Zkušenost ukázala, že nejnázornějším zobrazením jednotlivých činností a vazeb mezi nimi je hranově orientovaný síťový graf [4]. Na Obr. 1 je příklad grafu projektu skládajícího se z činností A až J. Časové okamžiky, ve kterých činnosti začínají (resp. končí) se nazývají kontrolní body (1-8).

Každý graf projektu je specifický tím, že:

- mezi libovolnou dvojicí kontrolních bodů vede maximálně jedna činnost. Pokud tomu tak v praxi není, lze pomocí tzv. fiktivních činností (činností s nulovou dobou trvání a s nulovými náklady) přejít na nový síťový graf projektu, pro který je již tento předpoklad splněn.
- má právě jeden počáteční bod – kontrolní bod, ve kterém činnosti pouze začínají (bod 1)
- má právě jeden koncový bod – kontrolní bod, ve kterém činnosti pouze končí (bod N - na Obr. 1 je N=8).
- každá hrana grafu je ohodnocena – ke každé hraně (činnosti) je přiřazena její časová a finanční náročnost (jedná o hranově ohodnocený síťový graf). Například činnost A, která propojuje kontrolní body 1 a 2 (činnost (1,2)), je ohodnocena dobou trvání T_{12} a náklady C_{12} .

2.1 Metoda kritické cesty

Často studovaným problémem bývá „nalezení kritické cesty“. Kritická cesta je definována jako (časově) nejdelší možná cesta z počátečního bodu grafu do koncového bodu grafu. V jednodušších úlohách je každá hrana grafu (činnost) (i,j) ohodnocena právě jedním časovým údajem (očekávanou dobou trvání činnosti) T_{ij} .

Když jsou známy veškeré očekávané doby trvání (T_{ij}), lze vypočítat nejdříve možný začátek doby činností začínajících v i -tém kontrolním bodě (T_i). V kontrolním bodě 1 je triviálně $T_1 = 0$. Činnosti v i -tém bodě mohou začít až poté, co jsou dokončeny všechny činnosti, které v i -tém bodě končí. Neboli:

$$T_i = \max_k (T_k + T_{ki}) \quad \text{pro } k < i, i = 2, 3, \dots, N \quad (1)$$

Nejdříve možný konec celé projektu je určen hodnotou T_N .

V dalším kroku je třeba vypočítat nejpozději přípustný konec činností končících v i -tém bodě (T_i^*). V N -tém bodě se stanoví $T_N^* = T_N$. Činnosti v i -tém bodě končící musí skončit nejpozději do té doby, než jsou zahájeny činnosti v i -tém začínající. Neboli:

$$T_i^* = \min_j (T_j^* - T_{ij}) \quad \text{pro } i < j, i = 1, 2, \dots, N-1 \quad (2)$$

Kritická cesta je tvořena nepřetržitým sledem činností z bodu 1 do bodu N po takových kontrolních bodech, pro které platí $T_i^* = T_i$.

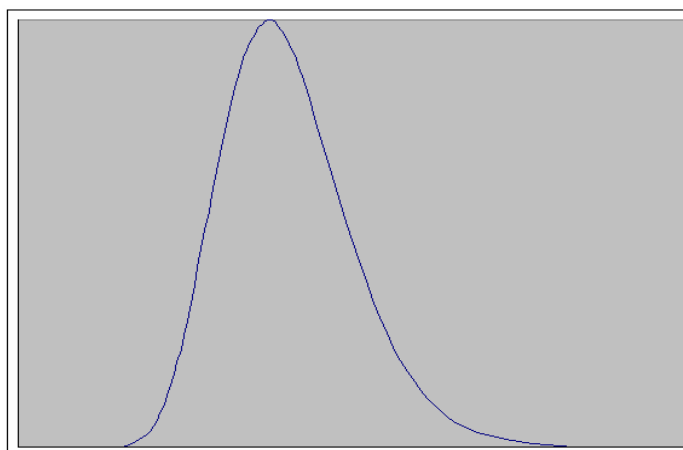
Každý projekt má minimálně jednu kritickou cestu. Každá kritická cesta se skládá ze seznamu činností, na které by se měl manager projektu nejvíce zaměřit, pokud chce zabezpečit včasné dokončení projektu. Každé zpoždění těchto činností má za následek zpoždění celého projektu.

3 METODA PERT

V kapitole 2.1 byla každá hrana grafu (činnost) (i,j) ohodnocena právě jedním časovým údajem (očekávanou dobou trvání činnosti) T_{ij} . Při odhadování jediného parametru je riziko, že plán bude příliš ambiciózní nebo naopak příliš pesimistický. Navíc pro řadu úkolů může být obtížné získat přesné odhady. V takovém případě je vhodné použít metodu PERT (Program Evaluation and Review Technique).

V metodě PERT je každé hraně (činnosti) (i,j) přiřazena náhodná veličina reprezentující dobu trvání této činnosti. [4]. Předpokládá se, že doby trvání jednotlivých činností jsou na sobě nezávislé.

Na Obr. 2 je znázorněn obvyklý tvar hustoty pravděpodobnosti rozdělení doby trvání.

Obr. 2) Hustota pravděpodobnosti rozdělení

Náhodná veličina $X(T_{ij})$ je charakterizována svojí střední hodnotou $EX(ET_{ij})$ a rozptylem $VarX(VarT_{ij})$.

V původní metodě PERT dobu trvání reprezentuje β – rozdělení. Hustota tohoto rozdělení je nenulová jen na intervalu $\langle a, b \rangle$. Pro každou činnost je třeba zadat tři parametry:

- **a** - odpovídá optimistickému odhadu,
- **b** - odpovídá pesimistickému odhadu,
- **m** - odpovídá nejpravděpodobnější hodnotě.

Střední hodnota β – rozdělení $EX(a, b, m) = \frac{a + 4m + b}{6}$ a rozptyl

$$VarX(a, b, m) = \frac{(b - a)^2}{36}.$$

V modifikované metodě PERT lze použít logaritmickonormální rozdělení. Hustota má podobný tvar jako u β – rozdělení. Pro každou činnost je třeba zadat jen dva parametry – m, b.

- **m** - odpovídá nejpravděpodobnější hodnotě,
- **b** - odpovídá pesimistickému odhadu.

Střední hodnota logaritmickonormálního rozdělení $EY = \exp(\mu + \sigma^2 / 2)$ a rozptyl $VarY = \exp(2\mu + \sigma^2) + (\exp(\sigma^2) - 1)$, kde $\sigma \cong \sqrt{1 - \ln m/b} - 1$ a $\mu \cong \ln b - 2\sigma$.

Jsou-li známy (či odhadnuty) parametry pro všechny činnosti projektu, lze zjistit pomocí algoritmu z kap. 2.1 kritickou cestu projektu. Stačí místo hodnot očekávaných dob trvání (T_{ij}) dosadit střední hodnoty ET_{ij} vypočítané z výše uvedených vztahů.

Z předpokladu nezávislosti plyne, že střední hodnota celého projektu je rovna součtu středních hodnot činností ležících na kritické cestě grafu. To samé platí i pro rozptyl projektu. Existuje-li více kritických cest, je třeba vybrat tu s největším rozptylem.

4 VÝPOČET RIZIK

Celková doba projektu se dá vypočítat jako součet dob trvání činností ležících na kritické cestě. Doby trvání jsou nezávislé náhodné veličiny. Centrální limitní věta

(Ljapunovova) [3] říká, že normalizovaný součet nezávislých náhodných veličin lze pro dostatečně velký počet sčítanců aproximovat standardním normálním rozdělením:

$$P(T_N < T) = P\left(\frac{T_N - ET_N}{\sqrt{VarT_N}} < \frac{T - ET_N}{\sqrt{VarT_N}}\right) \cong \Phi\left(\frac{T - ET_N}{\sqrt{VarT_N}}\right), \quad \text{kde:} \quad (3)$$

- Φ je distribuční funkce $N(0,1)$ rozdělení,
- ET_N a $VarT_N$ se vypočítají dle postupu uvedeného v 3. kapitole.

Podobně celkové náklady projektu se dají vypočítat jako součet nákladů všech činností projektu. Náklady pro každou činnost (i, j) se dají aproximovat výrazem $C_{ij} = O_{ij} - P_{ij}T_{ij}$, kde

- O_{ij} a P_{ij} jsou kladné konstanty,
- T_{ij} je doba trvání činnosti (i, j).

Snadno lze odvodit výrazy $EC_{ij} = O_{ij} - P_{ij}ET_{ij}$, $VarC_{ij} = P_{ij}^2 * VarT_{ij}$. Součtem přes všechny činnosti se vypočítají hodnoty EC_N a $VarC_N$. Podobně k (3) platí, že

$$P(C_N < C) = P\left(\frac{C_N - EC_N}{\sqrt{VarC_N}} < \frac{C - EC_N}{\sqrt{VarC_N}}\right) \cong \Phi\left(\frac{C - EC_N}{\sqrt{VarC_N}}\right), \quad (4)$$

5 ZÁVĚR

Původní i modifikovaná metoda PERT mohou managerům projektů velmi pomoci odhadnout rizika a pravděpodobnosti, zda lze projekt dokončit ve stanoveném termínu či s jakou pravděpodobností bude překročen rozpočet projektu.

Výhodou původní metody (používající β – rozdělení) je přesnější odhad střední hodnoty projektu, nicméně za cenu náročnějšího odhadu časových parametrů. Oproti tomu modifikovaná metoda PERT (používající logaritmickekonormální rozdělení) umožňuje přesnější výpočet rozptylů a odtud též přesnější výpočet rizik projektu.

Literatura

- [9] ROSENAU, MILTON D. *Řízení projektů*. Praha: Computer Press®, 2000. 344 s. ISBN 80-7226-218-1.
- [10] CIHELSKÝ, L.-KAHOUNOVÁ, J.-HINDLS, R. *Elementární statistická analýza*. 2. doplněné vydání, Praha: Management Press, 2001. 320 s. ISBN 80-7261-003-1.
- [11] ANDĚL, J. *Statistické metody*. 2. přepracované vydání, Praha: MATFYZPRESS, 1998. 274 s. ISBN 80-85863-27-8.
- [12] SEKERKA, B. *Matematické metody v ekonomii*. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1975. 216 s. Číslo publikace 1015-8865, 17-168-74.