

# Metoda CPM

**Metoda CPM** (Critical Path Method) patří mezi základní deterministické metody síťové analýzy. Jejím cílem je časově koordinovat dílčí, vzájemně na sebe navazující činnosti a určit dobu trvání celého projektu.

Metoda CPM předpokládá deterministické určení doby trvání činnosti a jejich zobrazení pomocí hran v síti. Základní časové parametry jsou

$t_{ij}$  - doba trvání činnosti (i, j)

$T_i^0$  - termín nejdříve možného výskytu uzlu i, termín nejdříve možného zahájení všech činností (i,.) a zároveň termín nejdříve možného ukončení všech činností (., i)

$T_i^1$  - termín nejpozději přípustného výskytu uzlu i, termín nejpozději možného zahájení všech činností (i,.) a zároveň termín nejpozději přípustného ukončení všech činností (., i)

$T$  - doba ukončení projektu.

Předpokládáme, že uzly v síti jsou topologicky očíslované, to znamená, že každá hrana - činnost vede z uzlu s nižším číslem ke uzlu s vyšším číslem, tj. mluvíme-li o činnosti (i,j), musí být  $i < j$ . Necht' první uzel má číslo 0 a poslední uzel číslo n.

V první etapě se vypočítají termíny nejdříve možné, potupuje se od počátečního uzlu projektu ke koncovému. Nejdříve možné termíny se stanoví postupným načítáním doby trvání činnosti a nejdříve možného termínu zahájení těchto činností. Položíme

$$T_0^0 = 0.$$

a dále

$$T_j^0 = \max_{(i,j)} (T_i^0 + T_{ij}), j = 1, \dots, n$$

Ve druhé etapě se vypočítají nejpozději přípustné termíny od konce projektu. Termíny nejpozději přípustné se stanoví postupným odčítáním doby trvání činností od termínů nejpozději přípustného ukončení. Výchozím uzlem je uzel koncový, pro který platí

$$T_n^1 = T_n^0$$

Pro ostatní uzly pak platí

$$T_n^1 = \min_{(i,j)} (T_j^1 - t_{ij}), i = n-1, \dots, 0.$$

Doba trvání celého projektu je tedy

$$T = T_n^1 - T_n^0$$

Platí-li pro některou činnost vztahy

$$T_i^1 = T_i^0 \text{ a } T_j^1 = T_j^0 \text{ a } t_{ij} = T_j^1 - T_i^1,$$

nazýváme tuto činnost kritickou.

Výpočet lze provést v jakékoli formě zobrazení sítě, např. v matici sousednosti. Přímou v síťovém diagramu je vhodné upravit před výpočtem uzly podle následujícího obrázku.



Pro všechny činnosti, které nejsou kritické existuje časová rezerva. Přehled časových rezerv a jejich vzájemných vztahů je uveden na obrázku.

Celková časová rezerva činnosti (ij)

$$R_{ij}^c = T_j^1 - T_i^0 - t_{ij} \geq 0$$

Je to největší časová rezerva činnosti, při jejím vyčerpání se činnost stává kritickou.

Nezávislá časová rezerva činnosti (ij)

$$R_{ij}^v = T_j^0 - T_i^1 - t_{ij} \geq 0$$

Je to nejmenší časová rezerva činnosti (může mít i zápornou hodnotu). Její vyčerpání nemá vliv na časové relace v síti.

Volná časová rezerva činnosti (ij)

$$R_{ij}^n = T_j^0 - T_i^0 - t_{ij} \leq 0$$

Je to část celkové časové rezervy, která vyjadřuje, že její čerpání neovlivňuje časové pozice žádné z následujících činností v síťovém diagramu.

Zvláštní časová rezerva

$$R_{ij}^z = T_j^1 - T_i^1 - t_{ij} \leq 0$$

Její využití může snížit časovou rezervu následujících činností, ale nemá vliv na činnosti předcházející.

Interferenční (kritická) rezerva uzlu.

$$R_i = T_i^1 - T_i^0$$