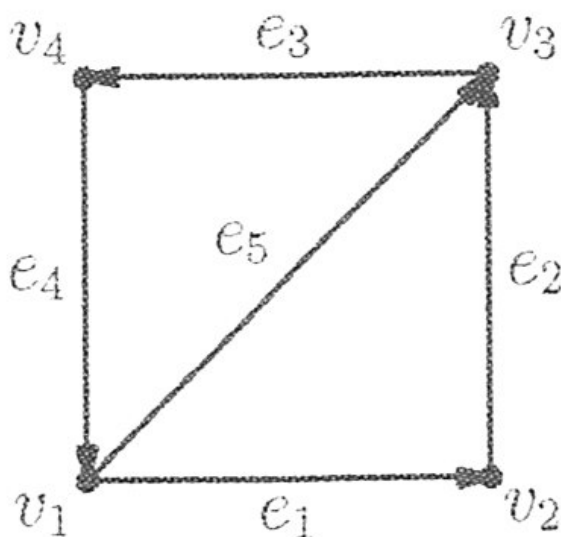


INCIDENČNÍ MATICE

Nechť G je orientovaný graf s vrcholy $V = \{v_1 \dots v_n\}$ a hranami $E = \{e_1 \dots e_m\}$. Budeme také předpokládat, že graf G neobsahuje žádné smyčky.

Definujeme: Incidenční matice $M(G)$ orientovaného grafu G je reálná matice o rozměrech $n \times m$, která je definována vztahem $M(G) = (M_{ij})$, kde M_{ij} :

- a) Je rovno $+1$, pokud hrana e_j vychází z vrcholu v_i .
- b) Je rovno -1 , pokud hrana e_j vchází do vrcholu v_i .
- c) Je rovno 0 , pokud je vše jinak.



K tomuto obrázku tedy patří níže uvedená matice (řádky odpovídají vrcholům $v_1 \dots v_4$ a sloupce hranám $e_1 \dots e_5$).

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

V každém sloupci matice $M(G)$ jsou právě dvě nenulové položky, z nichž jedna je $+1$ a druhá je -1 . Důvodem je fakt, že každá hrana obsahuje právě dva vrcholy, přičemž v prvním začíná a ve druhém končí.

Incidenční matice $M(G)$ má n řádků a m sloupců. Na každý řádek se tak můžeme dívat jako na vektor o m složkách, přesněji prvek vektorového prostoru R_m .

Řádky odpovídají vrcholům grafu G , a my budeme řádek odpovídající vrcholu v_i označovat jako v_i . (Sloupec odpovídající hraně e_j budeme značit jako e_j .)

Jako v každém vektorovém prostoru, i v prostoru R_m je definován pojem lineární závislosti.

Množina vektorů $w_1 \dots w_k$ z vektorového prostoru W (nad tělesem reálných čísel) je lineárně závislá, pokud existují koeficienty $a_1 \dots a_k \in R$ tak, že suma (od 1 do k) $a_i w_i$ je rovna nule a přitom ne všechny koeficienty a_i v této lineární kombinaci vektorů w_i jsou rovny nule.

Hodnost incidenční matice

Hodnost $h(M)$ matice M je maximální velikost lineárně nezávislé množiny jejích řádků. Matice $M(G)$ nikdy nemůže mít plnou hodnost n .

Sečteme-li totiž všechny řádky, dvě nenulové položky v každém sloupci se vzájemně vyruší a vyjde nulový vektor. Jedná se tedy o nulovou lineární kombinaci řádků matice $M(G)$ (v níž jsou všechny koeficienty rovny jedné). Množina všech řádků matice $M(G)$ je lineárně závislá.