

ČESKÁ ZEMĚDĚLSKÁ UNIVERZITA V PRAZE
PROVOZNĚ EKONOMICKÁ FAKULTA

Teorie sítí a grafů

Seminární projekt z předmětu Systémová analýza a modelování

Aplikace teorie sítí

Tento problém se obecně nazývá teorie sítí a grafů

V čem spočívá jeho důležitost? Pomocí teorie sítí a grafů můžeme analyzovat každý matematický vztah. Vznikla v 30. letech a byly z ní odvozeny určité skupiny dopravních úloh.

Dále např.- projektové analýzy

- derivátem je celá skupina simulátů
- expertní systémy a databáze
- deriváty s poznatků teorie sítí a grafů

V literatuře se můžeme setkat s těmito pojmy:

Kostra grafu

Strom a typy stromů

Princip lineárního větvení

Toky ve větvích

Floaty – transfery

Jumps

Průtoky

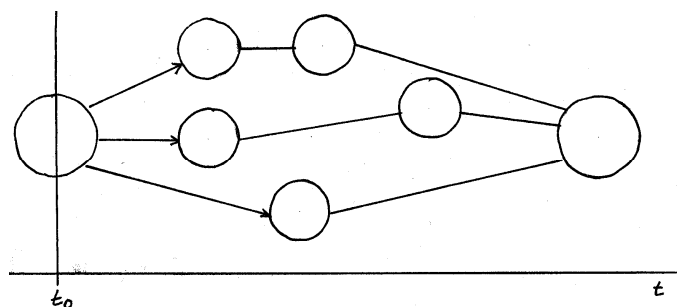
Kapacity

a celá struktura dalších omezení

Jiný pohled na teorii sítí a grafů

V rámci časové osy se nacházíme v t_0 , kdy opouštíme dveře fakulty, můžeme jít do auta, na stanici, jede zde autobus 147 nebo 107, zastaví nás Policie a pak se dostaneme do Dejvic. Stejně si můžeme představit studium různých předmětů

Schématický graf zobrazení nějakého procesu.



Šipky nám představují konkrétní reální činnosti, zatímco uzel je logický mezník, který sám je pouze grafický, nemá skutečnou interpretaci.

Vzniklo nám něco, co nám graficky zobrazuje sekvence operací.

Grafické zobrazení operací

U tohoto přístupu máme tyto možnosti zobrazení:

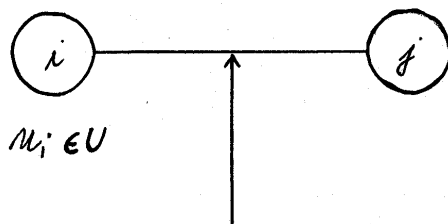
Hog – hranově orientované grafy, kde činnostmi jsou hrany

Vog – uzlově orientované grafy, kde naopak činnosti jsou uzly

Hvog – hranově uzlový orientovaný graf, ohodnoceno vše – jak hrany, tak uzly (kombinovaný přístup, vycházíme z Hranové metodologie)

Máme 2 uzly:

1. $u_i \in U$ (tím rozumíme, že u_i patří do množiny U), vymezuje její počátek



2. $u_j \in U$ – konečný uzel dané operace, kterou tudíž můžeme definovat jako operaci probíhající od i do $j = Op(ij)$

Tato metoda má široké uplatnění.

Máme nějakou operaci, která má vlastnost, že je reálná. My ji nějakým způsobem můžeme kvantifikovat, záleží na typu úlohy.

Kvantifikujeme ji pomocí těchto parametrů:

- časový parametr
- náklad N_{ij}
- $F^k(ij)$ náročnost na čerpání k -tého faktoru

Těchto parametrů může být libovolný konečný počet. Kvantifikační parametry lze použít současně.

Zůstaneme u uzlově orientovaných grafů

Máme tyto možnosti: různé typy počátečních uzlů.

Může být uzel:

1. Počáteční uzel (nic nevstupuje ale vystupuje 1 nebo více operací)
2. Konečný uzel (1 nebo více operací vstupuje a nic nevystupuje)

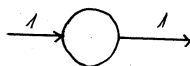
Typy síťových grafů:

- 1 konečný, 1 počáteční uzel typ = 1 P a 1 K
- více počátečních uzlů (m) a 1 K

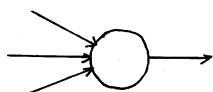
Mohou být různé typy sítí s různými počty uzlů $\Rightarrow$ mnoho typů síťových grafů

Typy síťových grafů:

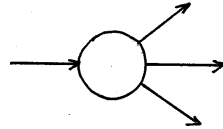
1. Přenosový uzel, vymezuje pouze logiku operace (1 P 1 K)



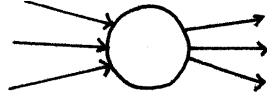
2. Koncentrický neboli soustředný – x operací vstupuje a 1 vystupuje, typický mixační problém



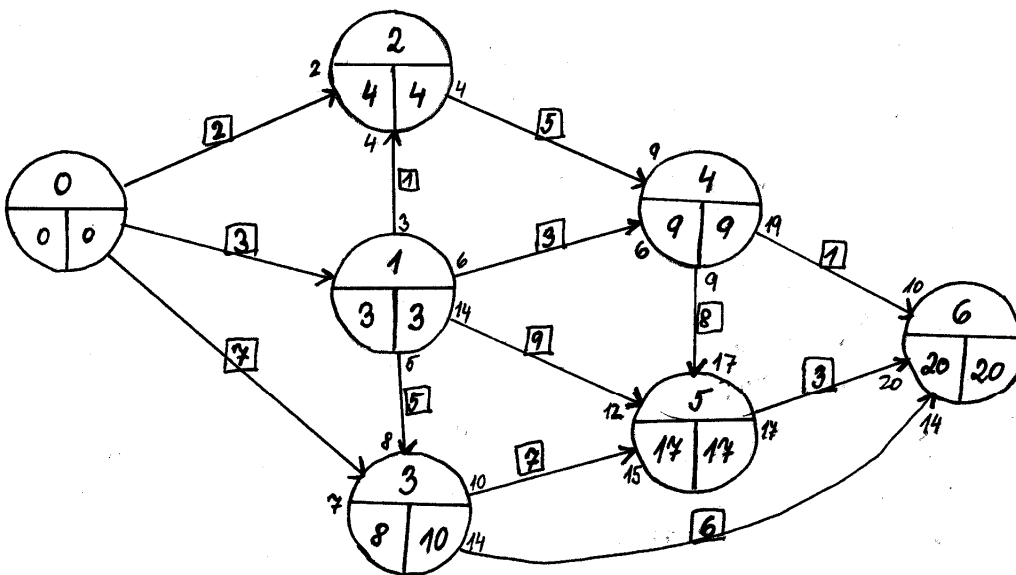
3. Excentrický – 1 operace vstupuje a x vystupuje



4. Tranzitivně distributivní – x stupuje a y vystupuje



Pokusme se udělat jednoduché schéma



Reálný proces – jde o grafické zobrazení reálného procesu, který obsahuje reálné činnosti (šipky) a jejich reálné souvztažnosti (uzly).

Časový nebo faktorový tok jde ve směru šipky.

Jsem na počátku. Musím udělat orientaci síťového grafu, to je pro všechny operace ij musí platit, že i je menší než j . $\forall ij \quad i < j$, to znamená pro všechny uspořádané dvojice uzlů = operace.

Mám 2 možnosti

- grafická (škrtačí) metoda
 - metoda matematického algoritmu (Ford Fulkerson)
- obě vycházejí ze stejného základu

Zavedeme pojem Řád uzlu - nejsme v situaci, kdy počáteční uzel je vždy jen jeden

1P přiřadíme 0, cesty přeškrtneme 1 krát a ptáme se, je uzel do kterého vstupují pouze cesty 0 řádu
=> přeškrtneme je. V rámci stejného řádu vstupujících tras je pořadí uzlů nezávislé.

Cesty vycházející z jednoho uzlu jsou stejného řádu.

Je uzel, do kterého vstupují cesty 1., 2. a 3. řádu

Tímto postupem jsme zajistili, že pro každou šipku platí $i < j$ = Orientace síťového grafu

Každému uzlu přiřazujeme pozici v rámci řádu uzlu = jde o sekvenční neboli následnou operační analýzu.

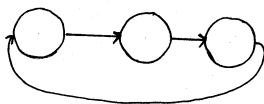
Co o tom grafu víme? Je uzavřený, neobjevuje se exogenní vliv, 1 počáteční uzel, 1 konečný uzel, je acyklický – čili neobsahuje žádný vnitřní cyklus.

Vnitřní cykly – 3 typy:

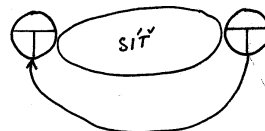
a) cyklus operace v rámci i-tého uzlu



b) cyklus posloupností



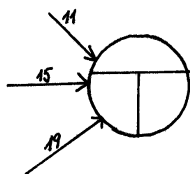
c) cyklus projektu



V grafu se mohou vyskytovat posloupnosti operací, které mohou obsahovat vnitřní a celkový cyklus.

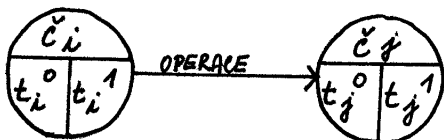
Volili jsme čísla od 1 do 4

Princip – mám nějaký uzel, do kterého vstupují 1,2,3 trasy.



Můžeme pokračovat až je vše splněno = volíme maximální hodnotu

Dostaneme se do 2 termínů uzlu (uzel má = číslo)



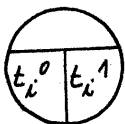
t_i^0 - termín nejdříve možného výskytu uzlu, je současně rovný zahájení následné operace

t_i^1 - termín nejpozději přípustného výskytu uzlu

Směrem zleva doprava bereme maximální prvky

Reverz – budeme odečítat, jedeme proti směru šipek => vzniknou 2 typy uzlů

V každém uzlu máme t_i^0 a t_i^1 . Vznikne: $R_i = t_i^0 - t_i^1$



Interferenční rezerva uzlu - říká nám, o kolik se liší nejpozději možný termín výskytu a nejdříve možný termín výskytu uzlu

- vymezují nám kritickou cestu (pro uzly s 0 interferenční rezervou)

Kritická cesta – (od ní se jmenuje metoda CPM – Critical Path Method)

je **nejdelší** logická posloupnost operací od počátečního ke konečnému uzlu v rámci projektu, které musí proběhnout, aby bylo dosaženo minimálního termínu projektu

Prochází uzly kde $t_i^0 = t_i^1$

Ekvivalentní formy zobrazení síťového grafu

1. tabulka
2. insidenční matice (rozšíření o časové termíny)
3. lineární diagram

1. Tabulka

i	j	t _{ij}
0	1	3
0	2	2
0	3	7
1	2	1
1	3	5
1	4	3
1	5	9
2	4	5
3	5	7
3	6	6
4	6	1
5	6	3

2. Insidenční matice

	0	1	2	3	4	5	6
0	x	3	2	7			
1		x	1	5	3	9	
2			x		5		
3				x		7	6
4					x	8	1
5						x	3
6							x

Na hlavní diagonále jsou křížky – není zpětná vazba = grafické prověření sítě
Spodní trojúhelníková matice je prázdná – v každém řádku, sloupci musí alespoň 1 prvek, jde o celistvý síťový graf

3. Lineární diagram – každé operaci přiřadíme obdélník v délce trvání operace

