

KSI PEF ČZU

Teorie síťových modelů a síťové plánování

Část přednášky doc. Jaroslava Švasty z předmětu systémové analýzy a modelování. Zápis obsahuje základní vymezení projektu, časového plánování a popis metod CPM a PERT.

Text částečně odpovídá státnicovému okruhu č. 5 z kvantitativních metod.

Pro doplnění byly zkratkovitě použity knihy:

Jablonský J., *Operační výzkum*

Rosenau M.D., *Řízení projektů*

Dodatečně zapsali: Petr Mikulášek, Adam Šnobl, Martina Vospálková

7.12.2008

Úvod do síťové analýzy

Počátky síťové analýzy sahají do 30. let 20. století ke König-Egerváryho pracem. Další rozvoj probíhá ve 40. letech na britské admiraltě. Dnešní metody CPM (*Critical Path Method*) a PERT (*Program Evaluation and Review Technique*) byly navrženy v letech 1957 a 1958 - první pro řízení výstavby v petrochemickém průmyslu (DuPont) a druhá pro vývoj raketového systému atomové ponorky Polaris (Pentagon).

Dnes existuje řada dalších metod pro plánování a rozvrhování času i zdrojů (MPM, GHER, GERT, TOC). Rovněž se můžeme setkat s řadou softwarových nástrojů vytvořených k jejich použití (MS Project, Primavera SureTrak).

Doplnění

V neposlední řadě existuje několik metodologií projektového řízení. Lze zmínit standardy:

- ISO 10006 *Systémy managementu jakosti - Směrnice pro management jakosti projektů*
- PMBOK (*A Guide to the Project Management Body of Knowledge*) – mezinárodní standard
- PRINCE2 (*Projects in controlled environment*) – U.K. komerční standard
- RUP (*Rational Unified Process*) – metodika IBM pro vývoj informačních systémů

Je vhodné zdůraznit, že plánování času a zdrojů je jen *podmnožinou* / *nástrojem* projektového řízení, nikoliv projektovým řízením samotným.

Zadání

Mějme agregovanou činnost, jejíž úkoly se skládají z dílčích operací, které mohou být:

- **sekvenční** (navazující na sebe)
- **paralelní** (probíhající současně)

Obvykle takovou agregovanou činnost nazýváme *projekt*. Mívá následující charakteristiky:

1. Trojrozměrný cíl (tzv. *trojimperativ*)
 - Čas
 - Náklady
 - Rozsah a kvalita provedení
2. *Jedinečnost* (např. zakázková výroba, vývoj SW, organizační změna – tj. neopakovaný proces)
3. Práce se *zdroji* (zpravidla omezenými)

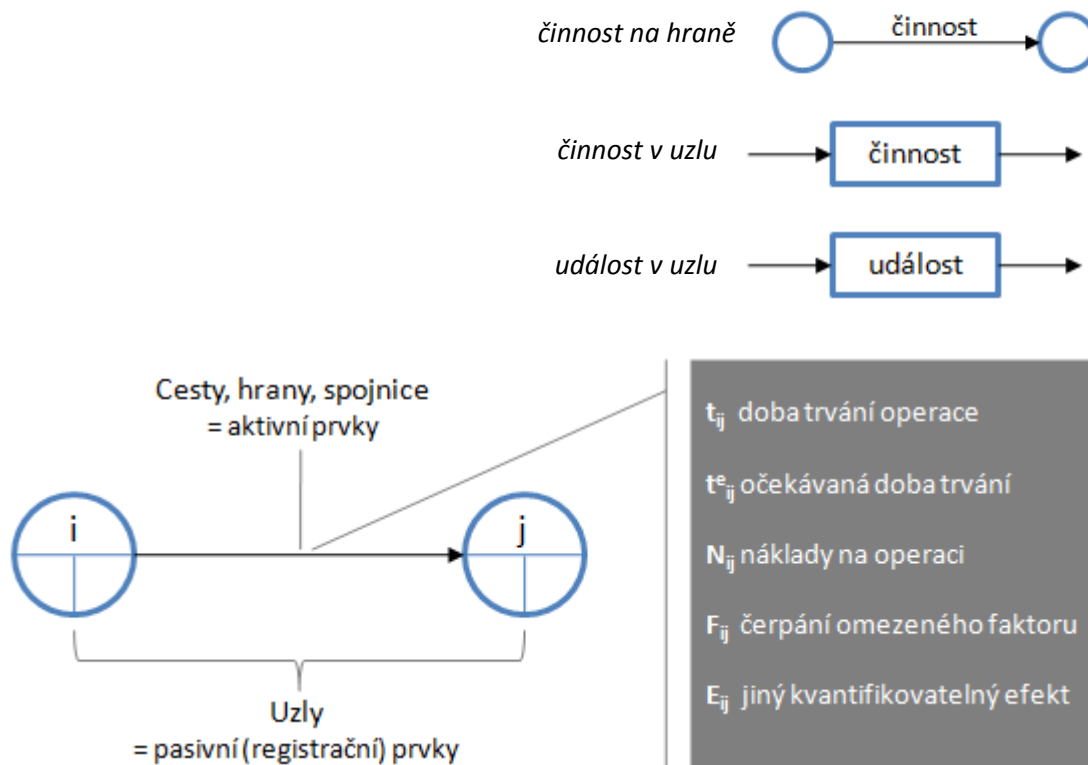
Nástroje časového plánování

Pro plánování času se využívá dvou základních nástrojů (grafických zobrazení)¹:

1. *Síťové grafy* (s činností na hraně / činností v uzlu / událostí v uzlu)
2. *Úsečkové grafy* (též *lineární diagramy činností* či Ganttovy diagramy)

Síťové grafy – grafické vysvětlivky

Síťové grafy jsou orientované, tranzitivní, acyklické – tj. v grafu se nelze vracet ($i < j$ pro každé i, j).

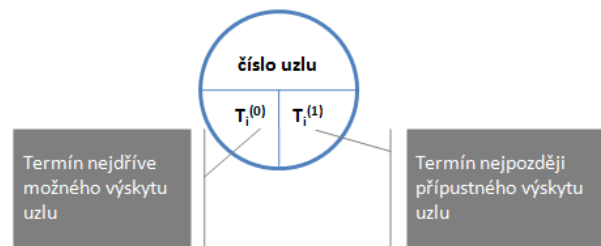


¹ Mezi nástroje plánování by měly být zařazeny i tzv. milníky: tj. události, které jsou snadno ověřitelné jinými lidmi, nebo které musí být před dalším postupem schváleny. Obvykle mají podobu konkrétního výstupu ze samostatné podmnožiny plánovaných operací.

Metoda kritické cesty (CPM):

Definice:

Kritická cesta je *nejdelší* logická posloupnost operací od počátečního ke koncovému uzlu.



Postup výpočtu:

1. Vypočteme $T_i^{(0)}$ uzlů – procházíme grafem a sčítáme „délky hran“, přičemž se uzly chovají jako konjunktivní svodné prvky (tj. „větší bere“).
2. Vypočteme $T_i^{(1)}$ uzlů – procházíme grafem zpět a doby trvání odčítáme, přičemž se uzly chovají jako disjunktivní (tj. preferujeme nejnižší hodnotu).
Spojnice uzlů, kde se $T_i^{(0)} = T_i^{(1)}$, vyznačíme jako kritickou cestu.
3. Vypočteme rozdíly: $R_i = T_i^{(1)} - T_i^{(0)}$ nazýváme *interferenční rezervou* uzlu. Vyjadřuje možné prodloužení délky operace nebo posunu jejího počátku, aniž by se změnili parametry kritické cesty. U kritické cesty je tato rezerva pochopitelně nulová.

Celková rezerva $R_{ij}^c = T_j^1 - T_i^0 - t_{ij}$ = možné prodloužení délky operace (doby trvání), nebo posunu jejího počátku, aniž by se změnily parametry kritické cesty

Volná rezerva $R_{ij}^v = T_j^0 - T_i^1 - t_{ij}$ = možnost posunu počátku, nebo prodloužení operace, aniž by se změnily časové hodnoty návazných operací

Nezávislá rezerva $R_{ij}^n = T_j^0 - T_j^1 - t_{ij}$ = možné prodloužení nebo posunu počátku, aniž by to ovlivnilo jakýkoli jiný časový údaj celé sítě

platí vztah $R^c \geq R^v \geq R^n$

4. Rozvrhneme činnosti v čase – např. pomocí lineárního (Ganttova) diagramu.

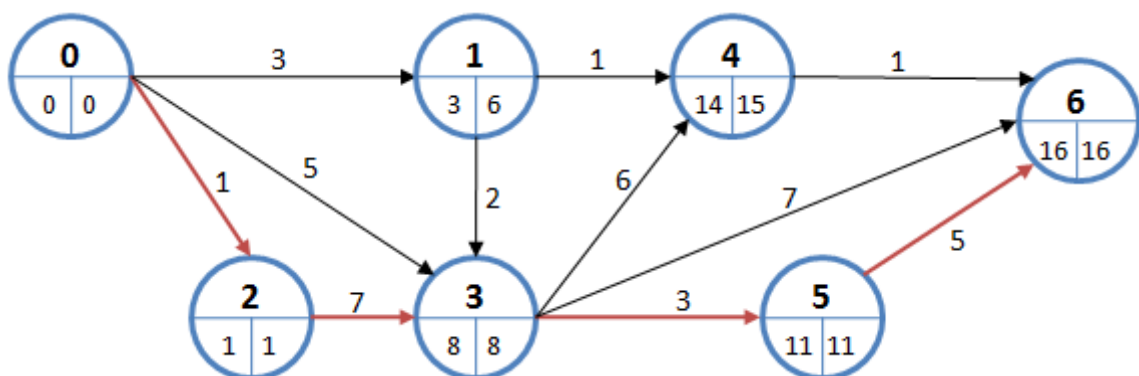
Poznámka k výpočtu:

U malých modelů: grafická metoda – přeškrtavání

U velkých modelů: [Ford-Fulkersonův algoritmus](#)

Příklad²:

Síťový graf s vypočtenými termíny T^1 a T^0

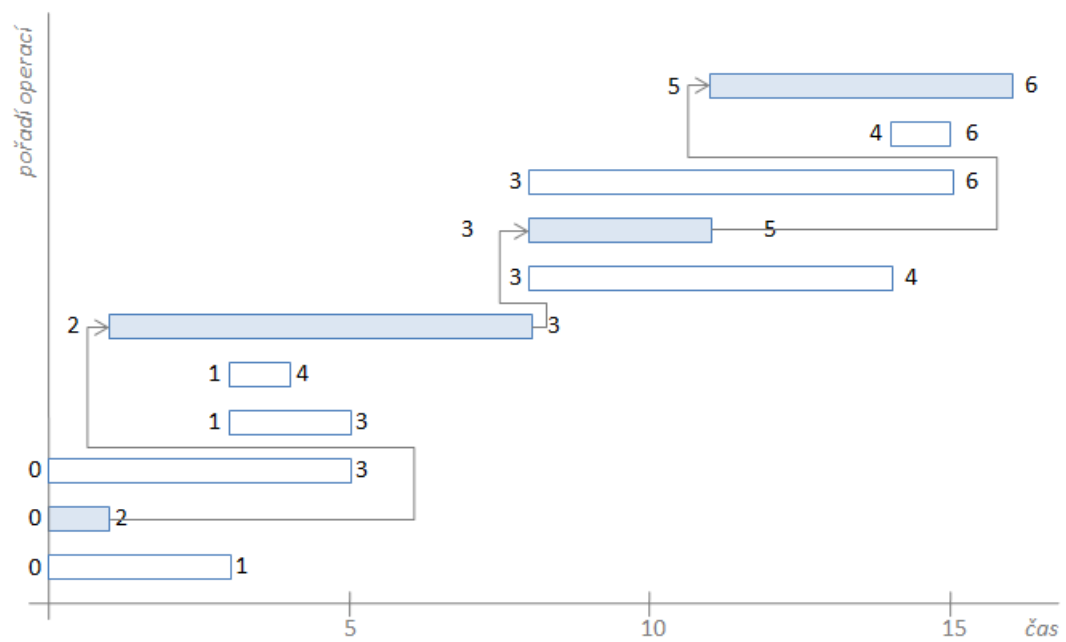


² Oproti přednášce je tento model o jeden uzel zjednodušen

Insidenční matice síťového grafu

	0	1	2	3	4	5	6
0		3	1	5			
1				2	1		
2				7			
3					6	3	7
4							1
5							5

Lineární diagram činností



Stochastický přístup – metoda PERT

Metoda CPM předpokládá, že je osoba sestavující projekt schopna přesně odhadnout doby trvání jednotlivých operací. To je ale v praxi zřídka možné. Proto zavádíme její *pravděpodobnostní* rozšíření PERT. Výpočet probíhá totožně s CPM, pouze pracujeme se středními dobami trvání jednotlivých operací.

Budiž:

t_{ij}^e - očekávaná délka trvání (resp. střední doba trvání operace)

a - optimistický časový odhad

m - modální (střední) časový odhad

b - pesimistický časový odhad

Vyjádříme: $t_{ij}^e = \mu_{ij} = \frac{a_{ij} + 4m_{ij} + b_{ij}}{6}$ a $\sigma_{ij} = \frac{b_{ij} - a_{ij}}{6}$

Doba trvání operací je spojitá náhodná veličina, jejíž pravděpodobnostní rozdělení není předem známé, lze jej však s úspěchem aproximovat [β-rozdělením](#).

Postup výpočtu:

1. Ohodnotíme hrany v grafu danými odhady a, m, b .
2. Vypočteme $t_{ij}^e = \mu_{ij} = \frac{a_{ij} + 4m_{ij} + b_{ij}}{6}$ a $\sigma_{ij} = \frac{b_{ij} - a_{ij}}{6}$.
3. Vypočteme $T_i^{(0)}$ uzlů.
4. Vypočteme $T_i^{(1)}$ uzlů. Spojnice uzlů, kde se $T_i^{(0)} = T_i^{(1)}$, vyznačíme jako kritickou cestu.
 - Kritickou cestu = střední dobu trvání celého projektu označíme písmenem M
 - Skutečná doba trvání projektu je náhodná veličina, kde $\mu_{KC} = M$ a $\sigma_{KC}^2 = \sum \sigma_{ij}^2$ a kterou již můžeme aproximovat normálním rozdělením
 - Tedy pravděpodobnost dokončení projektu v daném čase T_s vyjádříme pomocí vztahu $z = \frac{T_s - M}{\sigma_{KC}}$
 - Nebo analogicky čas dokončení projektu s danou pravděpodobností jako $T_s = M + z_p \sigma_{KC}$
5. Vypočteme rezervy $R_i = T_i^{(1)} - T_i^{(0)}$.
6. Rozvrhneme operace v čase.